

УДК 519.876.5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕНЗОРНОЙ МЕТОДОЛОГИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© Е.В. Степаненко

Ключевые слова: инвариантность линейной формы; информационная мощность; информационная система; модель; сеть замкнутого типа; сеть разомкнутого типа; тензор.

Использование тензорной методологии для построения моделей информационных систем (ИС) позволяет учитывать процессы, протекающие в структуре ИС, и ее топологию как неотъемлемые компоненты единой задачи расчета ИС. В настоящей статье раскрыты два из четырех этапов, необходимых для того, чтобы построить модель ИС.

Современные методы расчета информационных систем (ИС) основываются на статистических процессах, протекающих в них с учетом различных методов задания неопределенностей как относительно исходных данных, так и рассчитываемых параметров.

Структурные характеристики ИС существенно усложняют аналитические расчеты и приводят во многих случаях к значительным отклонениям от результатов, реально получаемых на практике. В связи с этим наряду с аналитическими методами важными являются исследования на основе имитационного моделирования процессов в ИС. При этом особое значение имеют знания о топологии ИС и их учет для расчета систем.

В настоящей статье предложено использовать тензорную методологию построения моделей ИС, которая позволяет учитывать процессы, протекающие в структуре ИС, и ее топологию как неотъемлемые компоненты единой задачи расчета ИС.

Следуя технологии применения тензорного метода в теории систем, приведенной в [1], пройдем следующие этапы.

1. Приведение уравнений поведения системы к тензорному виду. Для этого необходимо записать и использовать полные отношения для структуры взаимодействия потоков всех величин в системе, т. е. воздействий, откликов и сопротивлений (метрики) элементов. Тензорный характер всех величин и уравнений обеспечивает линейность преобразования их компонент при изменении структуры, т. е. при изменении соединений элементов и/или ином выборе координат путей в сети.

Наибольший интерес вызывает исследование информационных сетей в состоянии, предшествующем состоянию предельной нагрузки, поскольку именно в этом случае выявляются наиболее ее «узкие» места и необходимо особенное, нестандартное управление сетью. Поэтому рассмотрим произвольную информационную сеть (ИС), находящуюся в сопредельном состоянии. Представим ее как совокупность узлов коммутации (УК) и каналов связи (КС).

Необходимость и возможность применения тензорной методологии в теории информационных сетей, как отмечено в [2], заключается в следующем.

1. Для описания информационных сетей могут быть использованы две физически измеримые величины – объемы накопления (V) и потоки (A) информации.

2. Используя тензорную методологию, можно просто представить довольно сложные структуры (одной из которых является ИС), несложно получать формулы для вычисления необходимых параметров элементов для матрицы тензора и, что наиболее важно, наглядно объединить структуру и процессы, протекающие в этой структуре.

Проведем применительно к ИС аналогию с электрическими сетями Г. Крона [3].

Формулу поведения модели сети разомкнутого типа можно представить как

$$V=TA, \tag{1}$$

где V – усредненный объем накопления пакетов, T – среднее время нахождения пакетов в сети, A – среднее значение потока пакетов (трафик).

Формула поведения модели сети замкнутого типа связывает следующие усредненные величины: производительность сети A , количество пакетов, циркулирующих в сети, и результирующая пропускная способность каналов R (обратная времени нахождения пакетов в сети) соотношением:

$$A=RV. \tag{2}$$

Видим, что в обоих случаях присутствует инвариантность линейной формы и идентичность соответствующих параметров.

Окончательно, используя свойство сохранения закона поведения для элементов сети и сети в целом, приходим к следующей матричной форме записи формулы поведения всей сети как совокупности ОС:

$$V=TA, \tag{3}$$

где T – 2-матрица временных задержек, V – 1-матрица количества пакетов, A – 1-матрица значений производительности системы.

Причем матрица T и вектор V имеют ковариантные компоненты, а вектор Λ – контравариантные компоненты, т. е.

$$V_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^m T_{\alpha\beta} \Lambda^{\beta} = T_{\alpha\beta} \Lambda^{\beta}. \quad (4)$$

С рассматриваемыми геометрическими объектами, которые характеризуют каждый рассматриваемый символ, связана определенная система координат (индексы – это имена осей). При переходе от одной системы координат в другую сами объекты не изменяются, меняются лишь их компоненты.

Поскольку уравнение (4) представляет взаимосвязь величин – геометрических объектов, преобразующихся по линейному закону, то сами объекты являются тензорами, а уравнение, их связывающее, соответствует записи в тензорной форме, т. е. является тензорным.

Далее, придерживаясь методики Г. Крона [3], необходимо определить те характеристики сети, которые обладают инвариантностью относительно изменений системы координат (в нашем случае – изменений топологии сети). В электрических цепях одной из таких характеристик является входная (полная) мощность.

В [2] для оценки информационной эффективности ИС введена физическая характеристика – кибернетическая мощность (по аналогии с мощностью в электрических сетях Г. Крона). Покажем, что она не изменяется при изменении топологии сети.

Примитивная сеть состоит из n не связанных между собой одноканальных систем (ОС). Мощность каждой такой системы определяется как произведение ее общего количества пакетов на производительность. Тогда для ИС полная (входная) кибернетическая мощность примитивной сети определяется как

$${}^n P_{ИС} = \sum_{i=1}^n V_i \gamma^i = \sum_{i=1}^n V_i^{max} \gamma^i,$$

где $i = 1, \dots, n$ – номера ОС с общим их числом n ; V_i – состояние i -й ОС, определяемое транзитными и внешними (вошедшими извне) пакетами, ${}^{max} \gamma^i$ – ее производительность.

При фиксированном количестве ОС полная мощность ИС остается инвариантной.

Максимальная полная кибернетическая мощность может быть только в примитивной сети, состоящей из контуров или разомкнутых цепей. При соединении ОС в коммуникационную сеть кибернетическая мощность, а точнее ее полезная составляющая, может только лишь уменьшиться. Использование тензорной методологии для синтеза такой сети должно «обеспечить» максимальную полезную (активную) мощность сети при заданной ее структуре. При этом сама сеть должна отвечать требованиям надежности, компактности по структуре и эффективности по эксплуатации.

II. Построение сетевой модели с помощью аналогий между параметрами процессов и структуры исследуемой системы и двойственной сети. После того, как получена формула поведения всей сети как совокупности ОС (3), необходимо вывести уравнение связ-

ной ИС с фиксированным числом абонентов. Для этого в качестве алгоритма используем тензорную методологию [3–5].

1. Из всего множества сетей выделим эталонную сеть. Анализ выбранной сети должен быть сравнительно простым, поэтому в качестве таковой удобно взять примитивную сеть любого типа (разомкнутую, замкнутую, ортогональную [3] или подразделенную [4]). Например, уравнение примитивной сети замкнутого типа, отождествляясь с формулой ее поведения (2), имеет вид:

$$\lambda^{\alpha} = R^{\alpha\beta} V_{\beta},$$

где матрица кибернетического сопротивления (результатирующей пропускной способности каналов) имеет квадратичную форму. Скользящие индексы принимают значения от 1 до n и соответствуют номерам ОС с общим их числом n .

2. Далее необходимо определить все возможные отличия топологий всех возможных связанных ИС от выбранной эталонной сети (в нашем случае – от примитивной сети замкнутого типа). Эти отличия, а именно способы соединения ОС, выбор переменных, отражают компоненты матрицы преобразования $C_{\alpha}^{\alpha'}$ (индекс со штрихом соответствует «новой», соединенной сети).

Следуя [3], в «новой», соединенной сети выбираются линейно независимые путевые потоки (конечная совокупность) и через них выражаются потоки для каждой ОС. В матричной форме зависимость будет:

$$\lambda^{\alpha} = C_{\alpha}^{\alpha'} \lambda^{\alpha'}.$$

Здесь для каждой ОС происходит суммирование проходящих через нее путевых потоков.

Таким образом, коэффициенты при новых потоках $\lambda^{\alpha'}$ образуют искомую матрицу преобразования $C_{\alpha}^{\alpha'}$.

3. На следующем шаге определяются параметры сети в новой конфигурации. При этом используется инвариант сети – полная кибернетическая мощность ($V_{\alpha} \lambda^{\alpha} \equiv V_{\alpha'} \lambda^{\alpha'}$). Но следует помнить, что мощность

инвариантна лишь «внутри» сети фиксированной размерности. При изменении размерности мощность изменится.

Таким образом необходимо определить правила преобразования следующих параметров сети:

– компоненты вектора V количества пакетов –

$$V_{\alpha'} = C_{\alpha}^{\alpha'} V_{\alpha};$$

– компоненты матрицы R кибернетического сопротивления –

$$R^{\alpha'\beta'} = C_{\alpha}^{\alpha'} R^{\alpha\beta} C_{\beta}^{\beta'}.$$

Аналогично определяются компоненты матрицы T временных задержек.

Окончательно уравнение поведения «новой» соединенной сети имеет вид:

$$\lambda^{\alpha'} = R^{\alpha'\beta'} V_{\beta'},$$

а поскольку потоки в контурах соединенной сети определены с использованием матрицы преобразования, выражение для накоплений пакетов в каждой ОС будет иметь вид:

$$V_{\beta} = T_{\beta\alpha} C_{\alpha}^{\alpha'} \lambda^{\alpha'}.$$

Для путевых потоков соединенной сети получаем:

$$\lambda^{\alpha} = R^{\alpha\beta} A_{\beta}^{\beta'} V_{\beta'}, \text{ где } A_{\beta}^{\beta'} = \left(C_{\beta}^{\beta'} \right)^{-1}.$$

III. Сетевая модель получена. Полученная сетевая модель полностью подготовлена для расчета единым методом всех систем данного класса. С помощью построенной модели проводятся: расчет вариантов для разных видов воздействия и структуры связей; расчет по частям с декомпозицией на произвольные подсистемы; анализ роли двойственных сетей.

IV. Интерпретация результатов расчета и анализа сетевой модели для исследуемой системы, расчеты вариантов развития, поведения системы для

разных значений воздействия и возможных изменениях структуры. Применение сетевой модели для расширения знаний об исследуемой системе за счет большего количества понятий в такой модели, которая связывает описания процессов и структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров А.Е.* Тензорный метод и физическая экономика // Тр. Второго Междунар. симпозиума памяти П.Г. Кузнецова, 2002. URL: http://www.situation.ru/app/j_art_929.htm
2. *Пасечников И.И.* Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей. М., 2004.
3. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей / пер. с англ.; под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова, 1978.
4. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М., 1972.
5. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем. М., 1985.

Поступила в редакцию 9 апреля 2009 г.

Stepanenko E.V. The tensor methodology usage for construction of the informational networks models. The tensor methodology usage for construction of the informational networks models makes it possible to allow processes occurring in the information networks and the network topology as the integral components of the common problem of the information network calculation. Two of the four steps necessary for the information network construction are disclosed in this article.

Key words: invariance of linear form; information capacity; information system; model; closed type network; open type network; tensor.